

Segmentübergreifende Bahnplanung mittels eines analytischen Optimierungsverfahrens für die autonome Fahrzeugführung auf dem Braunschweiger Stadtring

Jörn Marten Wille*, Falko Saust[†] und Prof. Dr.-Ing. Markus Maurer[‡]

Zusammenfassung: Mit dem Projekt Stadtpilot stellt sich die TU Braunschweig der Herausforderung, autonom in der komplexen Umgebung des Braunschweiger Stadtrings zu fahren. Die besonderen Umgebungsbedingungen stellen höchste Anforderungen an die einzelnen Module und damit auch an die Bahnplanung. Im Rahmen des Projekts ist ein neuartiges analytisches Optimierungsverfahren entwickelt worden, das segmentübergreifend krümmungs- und krümmungsänderungsoptimierte Trajektorien mit dem Ziel berechnet, eine für die Gesamtstrecke fahrdynamisch optimierte Sollbahn zu ermitteln. Damit werden gleichzeitig die Spurtreue und der Fahrkomfort erhöht. In dieser Arbeit wird der Algorithmus vorgestellt und die Wirksamkeit anhand eines typischen Fahrmanövers präsentiert.

Schlüsselwörter: Bahnplanung, Optimierung, autonome Fahrzeugführung

1 Einleitung

Nach der erfolgreichen Teilnahme der TU Braunschweig an der DARPA Urban Challenge 2007 [1] werden die gesammelten Erfahrungen in einem Folgeprojekt mit dem Namen „Stadtpilot“ vertieft. Ziel des Projekts ist die vollständig autonome Fahrzeugführung eines Straßenfahrzeugs auf dem Braunschweiger Stadtring. Die Herausforderungen dieses Projekts liegen in der besonders komplexen Umgebung: der dichte Verkehr auf der teilweise baulich getrennten zweispurigen Straße stellt sehr hohe Anforderungen an die Umfeldwahrnehmung, die engen Straßen erfordern eine präzise Spurplanung und die dichte urbane Bebauung erschwert die exakte Positionsbestimmung. Das geplante Szenario beinhaltet neben Kreuzungssituationen und Spurwechselmanövern weitere herausfordernde Aufgaben wie Ein- und Ausparkvorgänge sowie das Einfädeln in den fließenden Verkehr bei Geschwindigkeiten von bis zu 60 km/h. Gegenwärtig werden für das Vorhaben zwei neue Fahrzeuge mit den Namen „Henry“ und „Leonie“ konzipiert [2].

Viele der bisher eingesetzten Bahnplanungen, die auf Klothoiden, Sigmoid-Funktionen oder Splines basieren, generieren segmentweise Trajektorien ([3], [4], [5]). Im Folgenden soll ein neuartiges Bahnplanungsverfahren auf Basis des Elastischen Bandes und

*Jörn Marten Wille, wissenschaftlicher Mitarbeiter und Leiter des Forschungsprojekts Stadtpilot (e-mail: wille@ifr.ing.tu-bs.de),

[†]Falko Saust, wissenschaftlicher Mitarbeiter (e-mail: saust@ifr.ing.tu-bs.de),

[‡]Prof. Dr.-Ing. Markus Maurer, Institutsleiter (e-mail: maurer@ifr.ing.tu-bs.de),
alle Institut für Regelungstechnik, Professur für elektronische Fahrzeugsysteme der TU Braunschweig, Hans-Sommer-Straße 66, 38106 Braunschweig).



Abbildung 1: Karte des Braunschweiger Stadtgebiets, die rote Linie markiert die geplante Route auf dem Braunschweiger Stadtring.

Smoothing Splines vorgestellt werden, das in Echtzeit segmentübergreifend krümmungs- und krümmungsänderungsoptimierte Trajektorien berechnet und damit eine bessere Spuretreue und einen erhöhten Fahrkomfort ermöglicht.

2 Anforderungen an das Bahnplanungsmodul

Aus den physikalischen Grenzen der Testträger, des Szenarios und der Umgebung des Braunschweiger Stadtrings leiten sich die Anforderungen an das Bahnplanungsmodul ab. Bei bisherigen Ansätzen in der Bahnplanung für autonome Straßenfahrzeuge in urbanen Umgebungen ist die Optimierung des Fahrkomforts meist untergeordnet. Hier ist hingegen ein ruhiges und komfortables Fahrverhalten gefordert.

Die begrenzte Queraktuatordynamik erfordert stellgrößenoptimierte Trajektorien. Eine reduzierte Bahnkrümmung führt zu geringeren Lenkeinschlägen, so dass die Querschleunigung der autonomen Fahrten verringert werden kann. Kleinere Krümmungsänderungen reduzieren die Lenkaktivität und damit den Querruck. Über die Bahnkrümmung und Krümmungsänderung kann dadurch die Stellreserve des Lenkactuators und der Abstand zur Haftungsgrenze beeinflusst werden.

Im Vergleich zu Autobahnen oder den Verhältnissen in der Urban Challenge zeichnet sich der Braunschweiger Stadtring durch schmalere Fahrbahnen und enge Kurvenradien

nahe dem Wendekreis der Testträger aus. Das Bahnplanungsmodul soll unabhängig von diesen unterschiedlichen Rahmenbedingungen optimierte Trajektorien ermöglichen.

Die Ziele des vorgestellten Ansatzes lassen sich damit wie folgt zusammenfassen:

- Realisierung einer höheren Stellreserve
- Vergrößerung des Abstands zur Haftungsgrenze
- Erweiterung der Planungsmöglichkeiten des Entscheidungsmoduls durch Realisierung von bisher nicht möglichen Fahrmanövern
- Steigerung des Fahrkomforts u.a. durch Reduzierung der auftretenden Querschleunigung
- Unabhängigkeit des Ansatzes von Fahrmanövern

3 Mehrstufiges Konzept zur Fahrzeugführung

Der Fahrzeugführung stehen grundsätzlich drei verschiedene Arten von Eingangsdaten zur Verfügung: A-Priori-Wissen in Form einer digitalen Karte, Grid-Daten mit statischen Hindernissen sowie Objekt-Daten, die dynamische Informationen über das Umfeld enthalten (Abbildung 2). In einem mehrstufigen Prozess wird auf Basis der digitalen Karte und der enthaltenen Fahrbahnbegrenzungen zunächst eine A-Priori-Bahnplanung mit dem Ziel vorgenommen, anhand des zur Verfügung stehenden Kartenmaterials eine für die Gesamtstrecke optimierte Trajektorie zu ermitteln. Dieser Ansatz eröffnet insbesondere auf kurvenreichen Strecken neue Möglichkeiten der Optimierung. Mit der Kenntnis des kompletten Kurvenverlaufes wird es möglich, Kurven optimiert anzufahren und damit die Lenkaktivität des Lenkaktuators sowie die Querschleunigung zu minimieren.

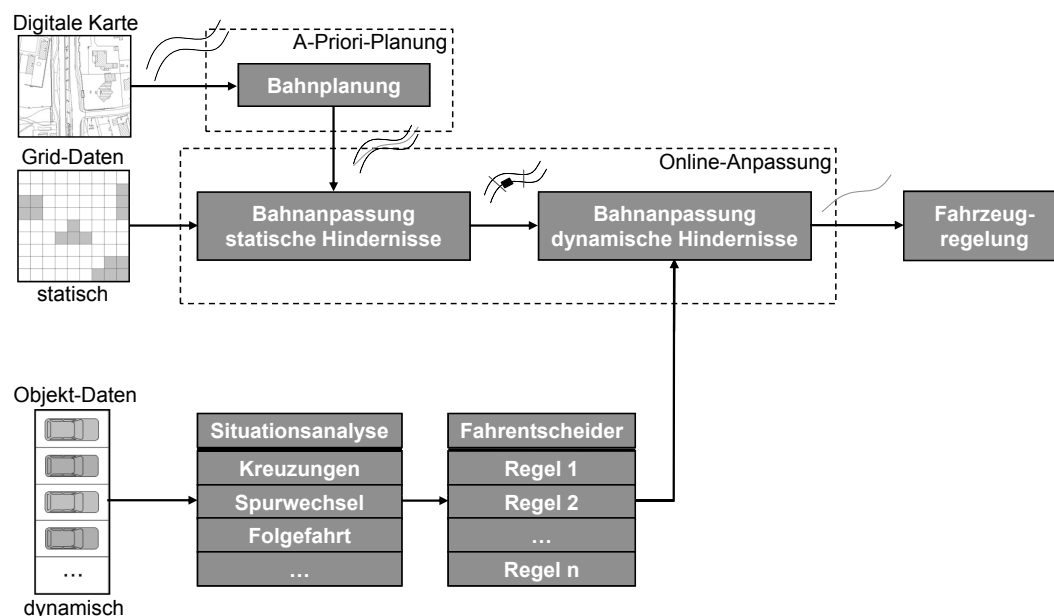


Abbildung 2: Mehrstufiges Konzept zur Fahrzeugführung

Während der Fahrt erfolgt eine Online-Anpassung der geplanten Bahn an die tatsächliche Verkehrssituation in Form von Ausweichmanövern innerhalb der eigenen Fahrspur oder Wechseln zwischen Fahrspuren. Dazu wird im ersten Schritt auf Basis der Grid-Daten eine an statische Hindernisse angepasste Trajektorie berechnet. Die Objekt-Daten werden durch eine Situationsanalyse aufbereitet, so dass im zweiten Schritt das Entscheidungsmodul auf die Bahnplanung einwirken kann und eine Anpassung an dynamische Hindernisse erfolgt.

4 Segmentübergreifende Bahnplanung

4.1 Dreistufiger Optimierungsalgorithmus

Grundlage der segmentübergreifenden Bahnplanung ist ein durch das Entscheidungsmodul bereitgestellter Fahrkorridor, in dem sich das Fahrzeug bewegen darf. Der Korridor ist durch eine linke und rechte Begrenzung in Form von Stützperlen definiert und stellt den Optimierungsspielraum für das Bahnplanungsmodul dar.

Der A-Priori-Bahnplanung und der Online-Anpassung liegt ein echtzeitfähiger Optimierungsalgorithmus unter Anwendung der Ausgleichsbewegung des Elastischen Bandes sowie dem Einsatz von Smoothing Splines zugrunde. Ziel ist die Berechnung einer fahrdynamisch optimierten Trajektorie innerhalb des gegebenen Fahrkorridors. Der Algorithmus besteht aus drei wesentlichen Teilen (Abbildung 3):

1. einem analytischen Teil zur Bestimmung der Federruhelängen des Elastischen Bandes durch Typisierung der Stützpunkte,
2. der Anwendung des ausgleichenden Kräftegleichgewichtes des Elastischen Bandes mit dem Ziel, durch das Verschieben von Stützpunkten die Krümmungsmaxima der Bahn zu reduzieren,
3. einer Glättung des Krümmungsverlaufes durch B- und Smoothing Splines und einer abschließenden Berechnung der optimierten Bahn.

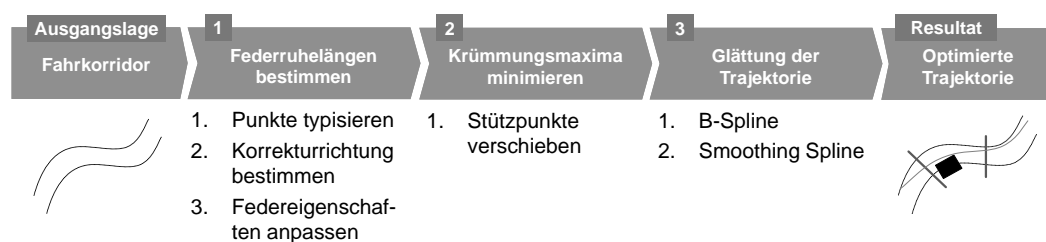


Abbildung 3: Dreistufiger Optimierungsalgorithmus

4.1.1 Bestimmung der Federruhelängen

Die Bestimmung der Federruhelängen unterteilt sich in drei Arbeitsschritte. Zunächst werden die Stützstellen mittig zwischen den Grenzen im Fahrkorridor initialisiert, damit ein Typisierungsalgorithmus nach [10] die Art der notwendigen Verschiebung bestimmen kann. Dazu werden die Stützstellen in Endpunkte (Anfang und Ende einer zu

glättenden Kurve), Glättungspunkte (Stützstellen auf gemeinsamen Kurvenbogen einer Links- oder Rechtskurve) und Rippelpunkte (übrige Stützstellen) eingeteilt. Der Algorithmus durchläuft zur Typisierung alle Punkte nacheinander und benötigt dazu jeweils zwei Punkte vor und zwei Punkte hinter dem zu klassifizierenden Punkt. Der Typ einer Stützstelle wird durch die benachbarten Stützstellen und deren lotrechter Abstand zu deren Verbindungsgeraden bestimmt:

$$d = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} x_i + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} y_i + \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (1)$$

Die Parameter a , b und c berechnen sich bei einer Geraden durch die Punkte $i - 1$ und i zu:

$$a = y_{i-1} - y_i \quad (2)$$

$$b = x_i - x_{i-1} \quad (3)$$

$$c = x_{i-1} y_i - x_i y_{i-1} \quad (4)$$

Ziel der Typisierung ist es, zusammenhängende Glättungspunkte zu einer Glättungsgruppe zusammenzufassen, die gemeinsam optimiert werden.

Auf Basis der Typisierung werden im zweiten Arbeitsschritt die Richtungsvektoren der Stützstellen für die Ausgleichsbewegung ermittelt. Rippelpunkte werden in Richtung der Verbindungsgeraden benachbarter Punkte verschoben. Endpunkte werden auf die Verbindungsgerade der beiden angrenzenden Folgepunkte verrückt. Für die Glättungspunkte wird ein Verschiebungsvektor bestimmt, der dazu führt, dass sich der Kurvenbogen einerseits aufweitet und andererseits der Scheitelpunkt der Glättungsgruppe auf den Krümmungsmittelpunkt zubewegt, so dass Kurven optimiert angefahren werden.

4.1.2 Minimierung der Krümmungsmaxima

Um die gewünschte Verschiebung zu erreichen, wird schließlich eine Ausgleichsbewegung auf Basis des Elastischen Bandes ermittelt. Die Bahnplanung mit der Methode des Elastischen Bandes basiert auf der physikalischen Vorstellung eines elastisch verformbaren Materials unter dem Einfluss externer Kräfte.

Das Elastische Band besteht aus n masselosen Teilchen, die durch sogenannte interne Federn mit ihren jeweiligen Nachbarn gekoppelt sind, so dass auf die Teilchen jeweils die Kraft \mathbf{f}_{int} ausgeübt wird. Durch externe Federn wird jedes Teilchen an den linken und rechten Rand über die Kräfte \mathbf{f}_{ext} gekoppelt. Die resultierende Kraft auf jedes einzelne Teilchen ergibt sich aus der Summe von internen und externen Kräften:

$$\mathbf{f}_{sum}(i) = \mathbf{f}_{int}(i) + \mathbf{f}_{ext1}(i) + \mathbf{f}_{ext2}(i) \quad (5)$$

Die Kräfte $\mathbf{f}_{int}(i)$, $\mathbf{f}_{ext1}(i)$ und $\mathbf{f}_{ext2}(i)$ lassen sich nach [6] auf Basis des Lagrange-Formalismus herleiten zu:

$$\mathbf{f}_{int}(i) = k_c \left(\frac{\mathbf{q}_{i+1} - \mathbf{q}_i}{\|\mathbf{q}_{i+1} - \mathbf{q}_i\|} + \frac{\mathbf{q}_{i-1} - \mathbf{q}_i}{\|\mathbf{q}_{i-1} - \mathbf{q}_i\|} \right) \quad (6)$$

$$\mathbf{f}_{ext1}(i) = k_{ext1} (\|\mathbf{r}_{i,rand1}\| - l_0) \frac{\mathbf{r}_{i,rand1}}{\|\mathbf{r}_{i,rand1}\|} \quad (7)$$

$$\mathbf{f}_{ext2}(i) = k_{ext2} (\|\mathbf{r}_{i,rand2}\| - l_0) \frac{\mathbf{r}_{i,rand2}}{\|\mathbf{r}_{i,rand2}\|} \quad (8)$$

Durch die internen und externen Kräfte stellt sich bei einer bestimmten Auslenkung des Elastischen Bandes eine Gleichgewichtslage ein, bei der die resultierende Kraft gleich Null ist. Die Berechnung der Gleichgewichtslage beruht auf dem expliziten Euler-Verfahren zur numerischen Integration.

Abbildung 4 zeigt den Aufbau des Bandes innerhalb des vorgegeben Fahrkorridors. Eine ausführliche Beschreibung des Verfahrens ist in [6] gegeben.

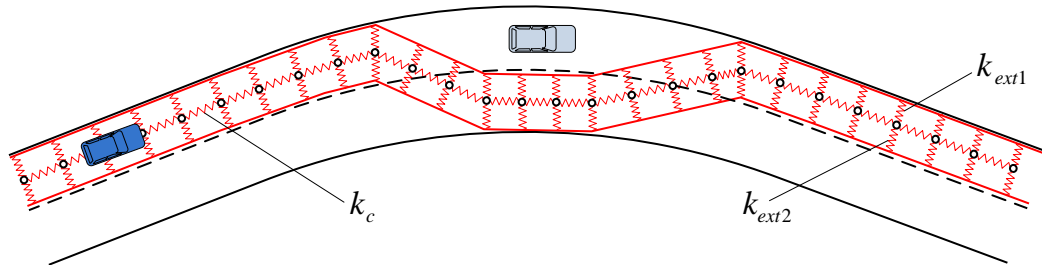


Abbildung 4: Fahrmanöver auf einer zweispurigen Straße durch Aufbau eines Elastischen Bandes innerhalb eines vorgegebenen Fahrkorridors

In dem hier vorgestellten Algorithmus wird die ausgleichende Wirkung des Elastischen Bandes in Form eines Kräftegleichgewichts genutzt, sich in einen spannungsfreien Zustand zusammenzuziehen, so dass ein krümmungsminimierter Sollbahnverlauf entsteht. Durch Auslenkung entsprechend der internen und externen Kräfte stellt sich eine Gleichgewichtslage ein, die die typisierten Punkte entsprechend ihrer Verschiebungsrichtung beeinflusst.

Für die Abbildung der gewünschten Bewegung werden die Federruhelängen der Randfedern um die projizierte Länge der Richtungsvektoren auf den Verbindungsvektor der Randfedern variiert. Dadurch reduzieren die externen Federkräfte die Krümmung des Bahnverlaufes, die internen Kräfte glätten den Krümmungsverlauf.

4.1.3 Glättung der Trajektorie

Zu diesem Optimierungszeitpunkt sind die Maxima der Krümmung reduziert. Zunächst wird die aus dem vorigen Arbeitsschritt optimierte Lage der Stützstellen durch einen B-Spline vierter Ordnung approximiert. Allerdings sind die fahrdynamischen Randbedingungen eines glatten Verlaufs von Krümmung und Krümmungsänderung damit noch nicht erfüllt. Eine Kurve K im \mathbb{R}^2 mit der Parameterdarstellung $f : t \mapsto (f_1(t), f_2(t))$ gilt im mathematischen Sinne als glatt, wenn $f_1(t)$ und $f_2(t)$ auf dem Intervall $[a, b]$ stetig differenzierbar sind und die Ableitungen $\dot{f}_1(t)$ und $\dot{f}_2(t)$ für kein $t \in [a, b]$ verschwinden.

Statt weiterhin die Stützstellen so zu optimieren bis ein glatter Krümmungsverlauf erreicht ist, wird in dem hier vorgestellten Verfahren direkt der Krümmungsverlauf verbessert. Hierzu wird zunächst die Kurve vom x - y -Raum in den κ - s -Raum transformiert, wobei κ die Krümmung und s die Bogenlänge darstellt (vgl. Abbildung 5).

Zur Glättung von Daten, die nicht die genannten Anforderungen erfüllen, kann der sogenannte Smoothing Spline nach Schoenberg und Reinsch [7] verwendet werden. Dazu wird der Smoothing Spline durch Minimierung eines quadratischen Gütefunktional für einen kubischen Spline der Form

$$J = p \sum_{i=1}^N \left(\frac{\kappa_i - f(s_i)}{\delta \kappa_i} \right)^2 + (1 - p) \int_{s_0}^{s_N} (f''(s))^2 ds \quad (9)$$

ermittelt. Ziel des Splines ist es, die vorgegebenen Daten einerseits zu approximieren und andererseits zu glätten. Dazu besteht das Gütefunktional J aus zwei Termen: Der erste Term gewichtet an den Stützstellen s_i die Differenz zwischen dem Funktionswert $f(s_i)$ des zu konstruierenden Splines und den ursprünglichen Werten κ_i mit dem Ziel, die Daten möglichst gut zu approximieren. Durch Angabe der erwarteten Standardabweichung $\delta\kappa_i$ wird die Differenz bei Daten mit niedriger Unsicherheit höher bewertet als bei höherer Unsicherheit. Durch den zweiten Term wird die gesamte Biegung des Splines berücksichtigt, indem das Integral der quadrierten zweiten Ableitung gebildet wird, so dass eine Glättung des Verlaufes erreicht wird [8].

Durch die Wahl des Parameters $p \in [0..1]$ kann der Einfluss der beiden Terme auf das Gütefunktional festgelegt werden. Wird $p = 1$ gewählt, resultiert die Minimierung des Funktional in einer kubischen Splineinterpolation ohne zusätzliche Glättung der Daten. $p = 0$ entspricht einer Ausgleichsgeraden durch die Datenmenge.

Das Resultat der Anwendung des Smoothing Splines ist ein glatter minimierter Krümmungsverlauf, aus dem sich durch Rücktransformation in den x - y -Raum die segmentübergreifende krümmungsoptimierte Bahn berechnen lässt. Abbildung 5 zeigt die Wirkung des Verfahrens anhand eines doppelten Fahrspurwechsels. Innerhalb eines vorgegebenen Toleranzbandes, das sich aus der Differenz von Fahrbahn- und Fahrzeugbreite ergibt und zusätzlich Unsicherheiten in der Umfelderkennung und Positionsbestimmung des Testträgers berücksichtigt, ermittelt das Verfahren einen optimierten Bahnverlauf. Besonders deutlich wird der Einfluss der Optimierung am zusätzlich dargestellten Krümmungsverlauf. Als Referenz ist die Krümmung eines bereits glättenden Splines abgebildet, der die Mittelpunkte des fahrbaren Bereichs approximiert. Durch die Anwendung des Elastischen Bandes sind die Krümmungsmaxima stark reduziert. Der Smoothing Spline führt schließlich zu einem glatten Krümmungsverlauf.

5 Auswertung der Optimierung

Für eine Abschätzung der Qualität der optimierten Bahn wird zum Vergleich eine Trajektorie mit einem nicht-echtzeitfähigen Verfahren bestimmt, welches auf dem Simplex-Algorithmus nach Nelder und Mead beruht. Die beiden Trajektorien sind annähernd deckungsgleich. Die Bewertung mit einem Gütemaß $Q \in \mathbb{R}^+$ (Summe der quadrierten Krümmungsänderungen) der Form

$$Q = \sum_{i=1}^N (\kappa'(s_j))^2 (s_j - s_{j-1}) \quad (10)$$

ermittelt eine Verbesserung des dargestellten Minimierungsverfahrens gegenüber der Mittelbahn von 95%. Selbst das rechenzeitaufwändige numerische Verfahren ist nur geringfügig besser (96 %), wobei die erreichte Güte zusätzlich sehr stark von dem Zeitpunkt des Abbruchs des Verfahrens abhängt.

Entscheidend für die Darstellung der Wirksamkeit sind die Auswirkungen auf die autonome Fahrt. Dazu werden bei gleicher Reglerauslegung die Auswirkungen der unterschiedlichen Trajektorien innerhalb des Fahrkorridors untersucht. An dieser Stelle wird ein Vergleich vorgenommen, der die Vorteile der optimierten Bahn gegenüber der Splineapproximation der Mittelbahn aufzeigt. Eine Darstellung der resultierenden Querablage

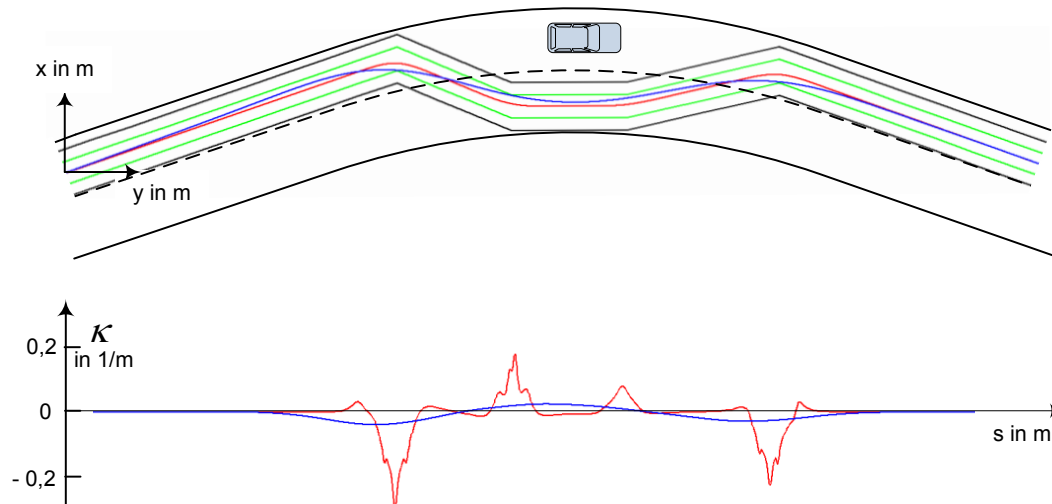


Abbildung 5: Oben: Finale geplante Trajektorie (blau) innerhalb des zugelassenen Toleranzbandes (grün). Unten: Krümmungsverlauf der geplanten Trajektorie (blau) im Vergleich zur Splineapproximation der Mittelbahn (rot).

sowie der Stellaktivität des Queraktuators zeigen die Wirksamkeit der Optimierung (Abbildung 6). Während die mittlere absolute Querablage um 56,4 % von 3,7 cm auf 1,6 cm verringert werden konnte, ist die maximale Querablage um 77,4 % von 23,9 cm auf 5,4 cm reduziert. Die erreichte Verbesserung beruht zum großen Teil auf der Entlastung des Stellaktuators, der aufgrund einer begrenzten Dynamik keine beliebigen Stellvorgänge vornehmen kann. Durch die Optimierung der Bahn konnte der mittlere Lenkwinkel um 33,6 %, der maximale Lenkwinkel um 73,6 % verringert werden.

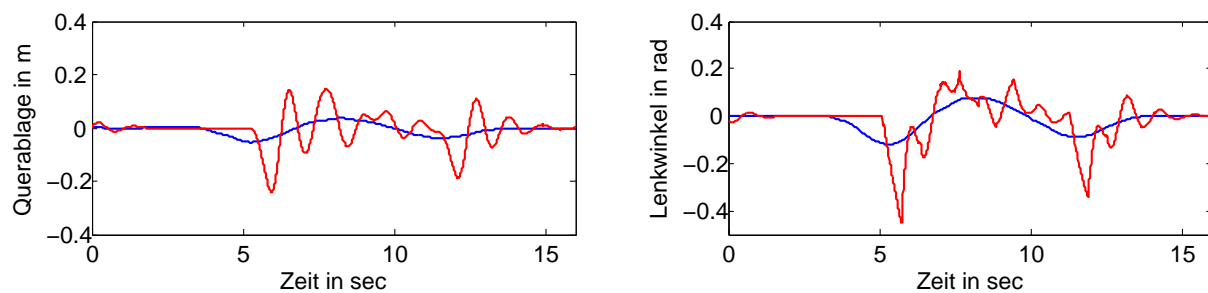


Abbildung 6: Stellgrößen- und Querablagenverlauf bei Nutzung der optimierten Trajektorie (blau) im Vergleich zu der Splineapproximation der Mittelbahn (rot).

6 Zusammenfassung und Ausblick

Zur Generierung von fahrdynamisch optimierten Trajektorien für die autonome Fahrzeugführung wurde ein Ansatz vorgestellt, der innerhalb eines vorgegebenen Fahrkorridors Trajektorien mit optimierter Krümmung und Krümmungsänderung berechnet. Das vorgestellte analytische Optimierungsverfahren zur segmentübergreifenden Bahnplanung ermöglicht damit autonome Fahrten mit höherer Spurtreue bei gleichzeitig niedrigerer

Stellaktivität. Unabhängig vom Fahrmanöver können optimierte Trajektorien auf beliebigen Straßenverläufen wie z.B. in der Umgebung des Braunschweiger Stadtrings mit engen Spurbreiten und kleinen Kurvenradien realisiert werden. Die Echtzeitfähigkeit des Optimierungsalgorithmus ermöglicht den Einsatz für eine Planung während der Fahrt, wodurch sich der vorgestellte Ansatz von anderen Optimierungsverfahren abhebt.

Ein Präzisionsgewinn in der Umfelderkennung und Fahrzeugortung kann über die Beeinflussung des Toleranzbandes in ein besseres Fahrverhalten abgebildet werden. Eine Aufweitung des Toleranzbandes resultiert direkt in einem größeren Optimierungsspielraum, so dass ein weiter verbesserter Trajektorienverlauf erreicht werden kann.

Literatur

- [1] F. Rauskolb, K. Berger, C. Lipksi, M. Magnor, K. Cornelsen, J. Effertz, T. Form, F. Graefe, S. Ohl, W. Schumacher, J. M. Wille, P. Hecker, T. Nothdurft, M. Doering, K. Homeier, J. Morgenroth, L. Wolf, C. Basarke, C. Berger, T. Gülke, F. Klose, B. Rumpe. *Caroline: An Autonomously Driving Vehicle for Urban Environments*, Journal of Field Robotics, Wiley Periodicals, Volume 25 Issue 9, pp. 674-724, September 2008.
- [2] J. M. Wille, K. Homeier, R. Matthaei, T. Nothdurft, S. Ohl, A. Sasse, F. Saust, P. Hecker, M. Maurer, W. Schumacher, L. Wolf, *Der Stadtpilot – Autonomes Fahren auf dem Braunschweiger Stadtring*, 10. Braunschweiger Symposium AAET, Braunschweig, 2009.
- [3] T. Fraichard, A. Scheuer, *From Reeds and Shepp's to Continuous-Curvature Paths*, IEEE Transactions on Robotics, Vol. 20, No. 6, p. 1025-1035, 2004.
- [4] W. Tölle, *Ein Fahrmanöverkonzept für einen maschinellen Kopiloten*, Fortschrittberichte VDI, Reihe 12, Düsseldorf, 1996.
- [5] A. Piazzzi, C. Guarino Lo Bianco, *Quintic G2-Splines for Trajectory Planning of Autonomous Vehicles*, Proceedings of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium 2000, Dearborn (MI), USA, 2000.
- [6] S. Quinlan, *Real-Time Modification of Collision-Free Paths*, Dissertation, Stanford University, 1994.
- [7] C. de Boor, *A Practical Guide to Splines*, Springer-Verlag, 2001.
- [8] J. Hoschek, D. Lasser, *Grundlagen der geometrischen Datenverarbeitung*, B.G. Teubner Verlag, 1992.
- [9] J.M. Wille und T. Form, *Realizing Complex Autonomous Driving Maneuvers - The Approach Taken by Team CarOLO at the DARPA Urban Challenge*, IEEE International Conference on Vehicular Electronics and Safety, Columbus, Ohio, 2008.
- [10] G. B. Naseath, *Reducing Curvature in Complex Tool Paths by Deviating From CAM-Produced Tool Paths Within A Tolerance Band*, Masterarbeit, Brigham Young University, 2007.